DẠY HỌC ĐỊNH LÍ 3, BÀI HÀM SỐ LIÊN TỤC, SÁCH GIÁO KHOA ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 HIỆN HÀNH THEO HƯỚNG BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Nguyễn Trần Lâm
Trường Đại học Vinh
Ngày nhận bài 7/9/2018, ngày nhận đăng 05/11/2018

Tóm tắt: Sách giáo khoa (SGK) có vai trò quan trọng trong việc học tập và định hướng học tập của học sinh (HS). Trên cơ sở dạy học một định lí trong SGK Đại số và Giải tích 11, chúng tôi nhấn mạnh đến sự cần thiết trong việc tổ chức dạy học để HS nắm vững kiến thức SGK cũng như vận dụng chúng trong dạy học giải bài tập và các vấn đề liên quan khác, từ đó góp phần bồi dưỡng HS giỏi Toán nói riêng và phát triển trí tuệ cho HS nói chung.

1. Đặt vấn đề

Toán học trong nhà trường là một môn học mang tính lôgic, tính trừu tượng cao, giúp học sinh HS khả năng tính toán, suy luận lôgic và phát triển tư duy sáng tạo. Việc bồi dưỡng HS có năng lực học Toán không phải là cung cấp cho các em nhiều kiến thức môn học thông qua việc làm bài tập ở các cấp độ khác nhau, mà ở đây chúng tôi quan tâm đến việc giáo viên (GV) phải biết tổ chức rèn luyện khả năng và thói quen suy nghĩ tìm tòi lời giải của một bài toán, phát biểu một nội dung định lí trên cơ sở các kiến thức đã học.

Để làm được điều đó, trong quá trình tổ chức dạy học, GV có thể dùng nhiều biện pháp khác nhau. Một trong những biện pháp đó là sử dụng SGK, vì việc sử dụng SGK giúp HS biết cách nghiên cứu và khai thác tài liệu học tập - một kĩ năng cần thiết trong việc học, tự học của mỗi cá nhân nhằm nâng cao khả năng thích nghi, đáp ứng kịp với sự phát triển và yêu cầu của thời đại. Hơn nữa, nếu HS có năng lực và hứng thú nhất định trong học tập môn Toán, thì các em có thể tự mình làm chủ, chiếm lĩnh được một khối lượng lớn kiến thức môn học thông qua các bài tập và vấn đề liên quan; từ đó rèn luyện thói quen làm việc khoa học, cũng như xem xét sự vật hiện tượng trong mối liên hệ biện chứng - một trong những yếu tố quan trọng góp phần vào thành công trong cuộc sống thực tiễn của các em.

2. Vai trò của sách giáo khoa trong dạy học

Theo Ngô Hữu Dũng: "*Sách giáo khoa không chỉ là tài liệu cung cấp tri thức cần truyền thụ của môn học mà thông qua quan điểm, phương pháp trình bày, mục tiêu đào tạo và nội dung đào tạo đã lồng vào đó cả ý đồ mong muốn đào tạo đối với người học, nhằm góp phần hình thành nhân cách*" [2; tr. 10]. Các nghiên cứu của các nhà sư phạm đều chỉ ra rằng SGK có vai trò rất quan trọng đối với HS. SGK không những cung cấp những kiến thức cơ bản về tự nhiên, xã hội, mà còn tác động không nhỏ đến hình thành nhân cách của các em. SGK môn Toán trung học phổ thông (THPT) là tài liệu cơ bản, bắt buộc sử dụng trong nhà trường nên nó có ý nghĩa rất quan trọng trong hoạt động dạy học. Từ SGK môn Toán, HS có thể tiếp cận được những kiến thức cơ bản, hiện đại, có hệ

Email: tranlam.dhv@gmail.com

thống của môn học. Ngoài nguồn kiến thức mới, SGK là tài liệu giúp HS củng cố, tổng hợp, hệ thống hoá kiến thức thông qua các bài đọc thêm, ôn tập, hướng dẫn ôn tập. SGK còn là tài liệu tin cậy để HS tra cứu, đối chiếu và thẩm định đối với các tài liệu khác của môn học. Sử dụng hệ thống câu hỏi, bài tập trong SGK, HS có thể tự kiểm tra, đánh giá trình độ nhận thức của mình. Tăng cường hoạt động học tập của HS với SGK dưới sự chỉ đạo của GV là một trong những hướng đổi mới phương pháp dạy học Toán hiện nay nhằm tích cực hoá hoạt động nhận thức, gây hứng thú trong học tập, rèn luyện các kĩ năng thực hành, phát triển tư duy, trí tuệ cho các em.

Về SGK môn Toán 11 hiện hành, chúng tôi thấy:

- Có tính hiện đại, cập nhật, mạch kiến thức ứng dụng thực tiễn trong nội dung chương trình đã được chú trọng và phù hợp hơn;
- Nội dung chương trình phù hợp với yêu cầu liên kết các môn học;
- Có sự sắp xếp và phát triển hợp lí các mạch kiến thức của chương trình;
- Có sự cân đối giữa lí thuyết và thực hành, vận dụng;
- Sát thực với định hướng đổi mới phương pháp.

Như vậy, SGK nói chung và SGK môn Toán nói riêng có vai trò quan trọng trong việc giúp HS tiếp cận, chiếm lĩnh kiến thức ở nhiều mức độ khác nhau. Do đó, sử dụng và khai thác tiềm năng SGK là một trong những nhiệm vụ quan trọng mà người GV cần phát huy trong quá trình dạy học cho HS, đặc biệt là trong lĩnh vực bồi dưỡng HS giỏi Toán.

3. Quan điểm về học sinh giỏi, học sinh giỏi Toán và bồi dưỡng học sinh giỏi

Từ các nghiên cứu, quan điểm về HS giỏi, HS giỏi Toán, bồi dưỡng HS giỏi ở [3], [5; tr. 13, tr. 28], [10], [11; tr. 3 - tr. 5], [12], chúng tôi thấy có những điểm tương đồng và thống nhất cao với quan điểm về HS giỏi của Cơ quan giáo dục Hoa Kỳ: "*HS giỏi: Đó là những học sinh có khả năng thể hiện xuất sắc hoặc năng lực nổi trội trong các lĩnh vực trí tuệ, sự sáng tạo, khả năng lãnh đạo, nghệ thuật hoặc các lĩnh vực lý thuyết chuyên biệt. Những HS này thể hiện tài năng đặc biệt của mình ở tất cả các bình diện xã hội, văn hóa và kinh tế"* [3].

Về HS giỏi Toán, [9; tr. 22 - 24], [10; tr. 30], [11; tr. 4 - 7] đều chỉ ra những đặc điểm cơ bản của HS giỏi Toán, bao gồm:

- *Về việc thu lượm thông tin liên quan tới bài toán:* Các em thường tri giác tài liệu toán học một cách phân tích và tổng hợp, các em nắm được bài toán trong thể toàn vẹn của nó, không bỏ qua dự kiện nào của bài toán;
- *Về việc chế biến thông tin thu được trong quá trình giải toán:* Nhanh chóng tìm ra cái chung ẩn náu trong các bài toán, nhanh chóng rút gọn và cơ bản quá trình lập luận toán học và hệ thống các phép biến đổi tương đương; linh hoạt trong quá trình giải toán; rõ ràng, đơn giản và tiết kiệm trong lời giải; chuyển đổi nhanh chóng và dễ dàng từ quá trình tư duy thuận sang quá trình tư duy đảo;
- *Về việc lưu trữ thông tin toán học:* Trí nhớ toán học của HS giỏi toán mang tính khái quát và hoạt động; có khả năng giữ lại và nhanh chóng khôi phục các sơ đồ tư duy khái quát, các quan hệ khái quát;
- *Khuynh hướng Toán học hóa các hiện tượng của thế giới xung quanh*: Thường xuyên chú ý đến các khía cạnh toán học của hiện tượng, chú ý đến các quan hệ không gian và số lượng, tương quan và phụ thuộc hàm số. Nói cách khác, các em có xu hướng nhìn thế giới "bằng con mắt toán học".

Về vấn đề bồi dưỡng HS giỏi, có thể nói đây là vấn đề rất cần thiết và quan trọng trong chiến lược phát triển chương trình giáo dục phổ thông hiện nay. Do đó, chúng tôi nghĩ, cần tăng cường việc bồi dưỡng, định hướng cho các em có cơ hội phát triển khả năng của mình, từ đó phát triển trí tuệ cho các em, góp phần thực hiện các mục tiêu chung của bồi dưỡng HS giỏi [13]:

- Phát triển phương pháp suy nghĩ ở trình độ cao phù hợp với khả năng trí tuệ của HS;

- Bồi dưỡng sự lao động, làm việc sáng tạo;

- Phát triển các kĩ năng, phương pháp và thái độ tự học suốt đời;

- Nâng cao ý thức và khát vọng của HS về sự tự chịu trách nhiệm;

- Khuyến khích sự phát triển về lương tâm và ý thức trách nhiệm trong đóng góp xã hội;

- Phát triển phẩm chất lãnh đạo.

4. Dạy học định lí 3 bài Hàm số liên tục, SGK Đại số và Giải tích 11 theo hướng bồi dưỡng học sinh giỏi Toán

Ở đây, chúng tôi minh họa ý tưởng của bài viết thông qua việc tổ chức dạy học một định lí (ĐL) về tính chất của hàm số liên tục và vận dụng ĐL trong dạy giải bài tập có mực độ khó cao, nhằm góp phần bồi dưỡng học sinh giỏi.

4.1. Tổ chức dạy học giúp HS chủ động khám phá và chiếm lĩnh nội dung định lí

Theo chúng tôi, ĐL 3 là đơn vị kiến thức cốt lõi trong bài học về hàm số liên tục, có nhiều ý nghĩa trong việc thúc đẩy hoạt động chiếm lĩnh các hệ thống kiến thức liên quan có độ khó cao.

Định lí 3 [4; tr. 138] Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b) < 0$ thì tồn tại một điểm $c \in (a;b)$ sao cho $f(c) = 0$.

Chúng tôi đồng tình với cách đặt vấn đề của SGK Đại số và Giải tích 11 hiện hành để dẫn tới việc khám phá ra ĐL trên.

"*Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ với $f(a)$ và $f(b)$ trái dấu. Hỏi đồ thị hàm số có cắt trục hoành tại điểm thuộc khoảng $(a;b)$ không?*

*+ Bạn Hưng trả lời rằng: "Đồ thị hàm số $y = f(x)$ phải cắt trục hoành Ox **tại một điểm duy nhất** nằm trong khoảng $(a;b)$.*

*+ Bạn Lan khẳng định: "Đồ thị hàm số $y = f(x)$ phải cắt trục hoành Ox **ít nhất tại một điểm** nằm trong khoảng $(a;b)$.*

*+ Bạn Tuấn thì cho rằng: "Đồ thị hàm số $y = f(x)$ **không cắt** trục hoành Ox trong khoảng $(a;b)$ ..."*

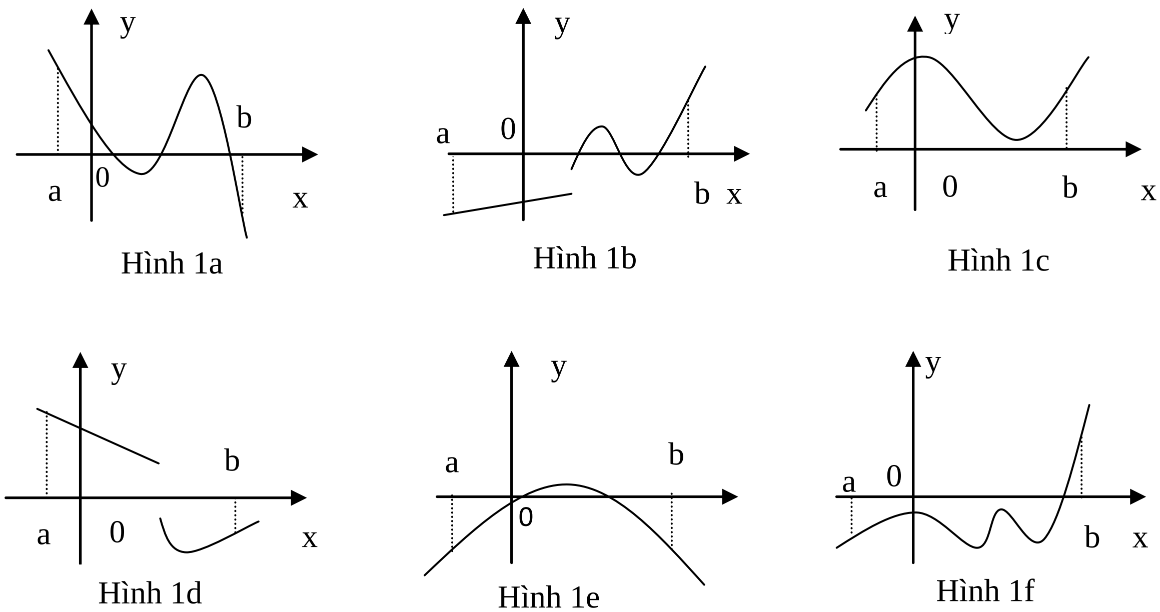
Câu trả lời của bạn nào đúng, vì sao?"

Từ đó SGK dẫn tới ĐL 3 như đã trình bày ở trên.

Cần nói thêm rằng, đối với SGK Đại số và Giải tích nâng cao lớp 11, nội dung của Định lí 3 ở trên là Hệ quả của ĐL 2 [8; tr. 171].

Tuy nhiên, chúng tôi vẫn chưa thấy được tính chủ động khám phá, phát hiện nội dung ĐL từ phía người học. Do đó, từ thực tiễn dạy học của mình, chúng tôi đề xuất một phương án, một cách tổ chức dạy học dẫn tới phát hiện, khám phá nội dung ĐL được tiến hành như sau:

Yêu cầu HS quan sát bảng phụ ở Hình 1 dưới đây:



Hình 1: *Bảng phụ về đồ thị một số hàm số* $y = f(x)$ *trên đoạn* $[a;b]$

Tiếp đó GV hỏi: Các em hãy trả lời các câu hỏi sau:

+ Em có nhận xét gì về tính liên tục của các hàm số có đồ thị như các hình đã cho trên đoạn $[a;b]$*?*

+ Em có nhận xét gì về sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f(x)$ *trên đoạn* $[a;b]$ *với trục hoành Ox?*

+ Sự tương giao đó có quan hệ với tính liên tục của hàm số trên đoạn $[a;b]$ *không? Phát biểu điều kiện để đồ thị hàm số* $y = f(x)$ *trên đoạn* $[a;b]$ *luôn cắt trục Ox qua mối liên hệ với tính liên tục? Hãy phát biểu lại điều kiện trên về dạng nghiệm của phương trình* $f(x) = 0$ *trên đoạn* $[a;b]$*.*

Việc trả lời tốt các câu hỏi trên sẽ dẫn tới phát biểu tốt nội dung ĐL.

Có thể nói, cách xây dựng như trên vừa khắc sâu ý nghĩa hình học của đồ thị hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$- là một đường "*liền nét*" trên đoạn đó, vừa tăng tính hứng thú, thích khám phá của HS, giảm tải tính hàn lâm, khó nắm bắt, tiếp thu kiến thức của người học bởi việc minh họa kết quả các tính chất, bài toán về hàm liên tục đã được sinh động hơn.

Tiếp theo, khi HS đã nắm được nội dung định lí trên, GV có thể hỏi HS để khuyến khích, thúc đẩy HS hiểu sâu nội dung cũng như phát hiện ý nghĩa của ĐL bằng các câu hỏi như:

Câu hỏi 1. Em hãy phát biểu lại kết luận của Định lí trên dưới dạng nghiệm của phương trình $f(x)=0$ trên khoảng $(a;b)$?

Câu trả lời mong đợi: Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)f(b)<0$ thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(a;b)$.

Câu hỏi 2. Ở giả thiết của Định lí, nếu em thay điều kiện $f(a)f(b)<0$ bởi $f(a)+f(b)=0$ (hoặc $f(a)f(b)\le 0$) thì kết luận của bài toán sẽ thay đổi như thế nào?

Câu trả lời mong đợi: Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)+f(b)=0$ (hoặc $f(a)f(b)\le 0$) thì phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[a;b]$.

Câu hỏi 3. Em có thể nêu cách chứng minh về sự tồn tại nghiệm của phương trình trên một miền *K* cho trước hay không? Em có thể chứng minh phương trình $f(x)=0$ có *n* nghiệm phân biệt (với $f(x)$ là một đa thức bậc *n*) hay không? Em có thể chứng minh phương trình $f(x)=0$ có ít nhất m nghiệm phân biệt ($1<m<n$) hoặc có nghiệm duy nhất trên miền *K* hay không?

Chẳng hạn, với việc chứng minh phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên miền *K* cho trước, một HS có năng lực trả lời được rằng: "Em sẽ chỉ ra có một đoạn $[a;b]\subset K$ mà hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ đó, đồng thời thỏa mãn $f(a)f(b)\le 0$ hoặc $f(a)+f(b)=0$, từ đó suy ra phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trên đoạn $[a;b]$ (tức là có nghiệm trên miền *K*)".

Dưới đây chúng tôi sẽ minh họa một số ứng dụng của ĐL trên qua việc tổ chức dạy học giải bài tập liên quan nhằm góp phần đáp ứng nhiệm vụ bồi dưỡng học sinh giỏi.

4.2. Thiết kế tình huống để HS vận dụng nội dung ĐL theo hướng bồi dưỡng HS giỏi

4.2.1. Các bài toán liên quan tới chứng minh phương trình có nghiệm, có nghiệm duy nhất, có m nghiệm trên một miền K cho trước

Ví dụ 1. Chứng minh rằng phương trình $a\cos 3x+b\cos 2x+c\cos x+\sin x=0$ luôn có nghiệm trong khoảng $(0,2\pi)$.

Chúng ta có thể dẫn dắt HS khám phá lời giải của bài toán như dưới đây.

Em có nhận xét gì về tính liên tục của hàm số

$f(x)=a\cos 3x+b\cos 2x+c\cos x+\sin x$ *?*

Câu trả lời mong đợi: Hàm số $f(x)=a\cos 3x+b\cos 2x+c\cos x+\sin x$ liên tục trên R.

Hãy tính giá trị của hàm số tại $0;\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{4};\frac{3\pi}{2},2\pi$ *và hãy tìm một số quan hệ giữa giá trị của chúng? Những giá trị nào mà quan hệ của chúng thỏa mãn kết luận của* ***Câu hỏi 1***, ***Câu hỏi 2*** *hoặc các kết luận tương tự?*

Từ các tính toán, thử, khám phá, phát hiện của HS thông qua làm việc nhóm, câu trả lời mong đợi:

Ta có $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{-\sqrt{2}}{2}a+\frac{\sqrt{2}}{2}c+\frac{\sqrt{2}}{2}$, $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}a+\frac{-\sqrt{2}}{2}c+\frac{-\sqrt{2}}{2}$,

và $$f\left(\frac{\pi}{4}\right).f\left(\frac{5\pi}{4}\right)=-\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}a+\frac{\sqrt{2}}{2}c+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\le 0, \quad (1)$$

hoặc: $f(0)=a+b+c,\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-b+1,\ f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=-b-1,\ f(\pi)=-a+b-c$,

suy ra: $f(0)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)+f\left(\frac{3\pi}{2}\right)+f(\pi)=a+b+c-b+1-b-1-a+b-c=0$. (2)

Với những quan hệ như (1) hoặc (2), em có nhận xét gì về nghiệm của phương trình và kết luận bài toán?

Câu trả lời mong đợi:

+ Với quan hệ (1), phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{4};\frac{5\pi}{4}\right]$.

Suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0,2\pi)$ (đpcm).

+ Với (2), nếu $f(0)=0\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)+f(\pi)+f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=0$, do đó phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]$;

Nếu $f(0)\ne 0$ thì tồn tại $f(0).f\left(\frac{\pi}{2}\right)<0$ hoặc $f(0).f(\pi)<0$ hoặc $f(0).f\left(\frac{3\pi}{2}\right)<0$ dẫn đến phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ hoặc $(0;\pi)$ hoặc $\left(0;\frac{3\pi}{2}\right)$.

Suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ (đpcm).

Như vậy, điểm mấu chốt là dự đoán, phát hiện được những giá trị của biến *x* trong khoảng $(0;2\pi)$ mà hàm số tại những giá trị đó có quan hệ với nhau để thỏa mãn (1) hoặc (2).

Ví dụ 2. Cho elip (*E*): $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ và parabol (*P*): $y=x^2-2x-1.$

a) Chứng minh rằng (*E*) và (*P*) cắt nhau tại bốn giao điểm phân biệt.

b) Chứng minh rằng bốn giao điểm trên nằm trên một đường tròn.

Đối với ý a), có thể tiến hành hỏi tương tự như:

+ GV: Em hãy phát biểu lại yêu cầu của bài toán dưới dạng hoành độ giao điểm của hai đồ thị, từ đó chuyển đổi yêu cầu của bài toán về bài toán tương đương.

HS trả lời được rằng: Hoành độ giao điểm của (*E*) và (*P*) là nghiệm của phương trình

$$\frac{x^2}{9}+\frac{\left(x^2-2x-1\right)^2}{4}=1 \Leftrightarrow 9\left(x^2-2x-1\right)^2+4x^2-36=0 \quad (3)$$

Do đó bài toán qui về chứng minh phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt.

+ GV: Đến đây em đã giải quyết được bài toán chưa?

HS có năng lực khá đã có thể giải tốt bài này. Một HS đã giải tiếp bài toán như sau:

Xét hàm số $f\left(x\right)=9\left(x^2-2x-1\right)^2+4x^2-36$. Ta có $f\left(x\right)$ liên tục trên *R*.

Khi đó, phát hiện được: $f\left(-1\right)=4$, $f\left(0\right)=-27$, $f\left(1\right)=4$, $f\left(2\right)=-11$, $f\left(3\right)=36$ nên $f\left(-1\right).f\left(0\right)<0$, $f\left(0\right).f\left(1\right)<0$, $f\left(1\right).f\left(2\right)<0$, $f\left(2\right).f\left(3\right)<0$. Suy ra trên mỗi khoảng đó (3) có ít nhất một nghiệm, do đó (3) có ít nhất bốn nghiệm. (4)

Mặt khác, vế trái của phương trình (3) là một đa thức bậc bốn nên nó có tối đa bốn nghiệm. (5)

Từ (4) và (5) suy ra, phương trình (3) có đúng bốn nghiệm phân biệt hay (*E*) và (*P*) cắt nhau tại bốn điểm phân biệt.

Với ý b), Có thể dẫn dắt các em giải quyết vấn đề bài toán như sau:

+GV: Với câu hỏi b, theo em bài toán có thể được tiến hành như thế nào?

Câu trả lời của HS là: Em sẽ tìm tọa độ 4 điểm rồi chứng minh chúng thuộc đường tròn theo cách viết đường tròn đi qua 4 điểm đó hoặc chứng minh tọa độ các giao điểm thỏa mãn phương trình một đường tròn.

+ GV: Em có tìm được tọa độ các giao điểm để thuận lợi trong việc viết phương trình đường tròn hay không? Theo em, việc tìm tọa độ các giao điểm rồi viết phương trình qua các giao điểm đó trong bài toán này có khả thi không? Em có thể cho một phương án khác để giải bài toán hay không?

Câu trả lời thực tế có được là: Em thấy việc tìm tọa độ giao điểm không thuận lợi vì việc giải phương trình (3) gặp khó khăn, nên việc tìm tọa độ các giao điểm rồi viết phương trình đường tròn qua các giao điểm đó trong bài toán này là không khả thi. Em nghĩ có thể đi theo hướng là chứng minh tọa độ giao điểm thỏa mãn một phương trình, mà phương trình đó là phương trình của một đường tròn.

+ GV: Em có thể làm rõ hơn ý của em không?

Việc nghĩ tới biểu diễn tọa độ giao điểm về dạng thỏa mãn dạng "phương trình đường tròn" là một chuyển đổi "sáng tạo" trong trả lời câu hỏi bài toán. Do đó dẫn tới việc HS giải ý b) như sau:

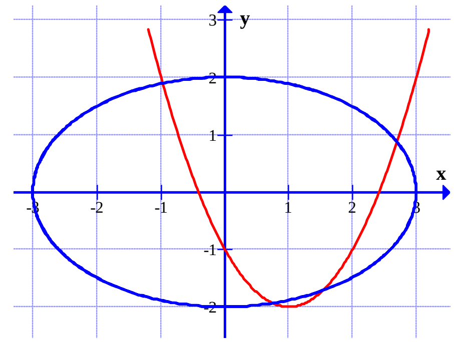
Gọi $M(x_0;y_0)$ là một giao điểm của (E) và (P). Ta có: $\begin{cases} \dfrac{x_0^2}{9}+\dfrac{y_0^2}{4}=1 \\ y_0=x_0^2-2x_0-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_0^2+9y_0^2-36=0 \\ x_0^2-2x_0-y_0-1=0 \end{cases}$

Suy ra:

$(4x_0^2+9y_0^2-36)+5(x_0^2-2x_0-y_0-1)=0$

$\Leftrightarrow \quad 9x_0^2+9y_0^2-10x_0-5y_0-41=0 \quad \Leftrightarrow$

$\left(x_0-\dfrac{5}{9}\right)^2+\left(y_0-\dfrac{5}{18}\right)^2=\dfrac{1601}{324}$



Hình 2

hay M nằm trên đường tròn có phương trình $\left(x-\dfrac{5}{9}\right)^2+\left(y-\dfrac{5}{18}\right)^2=\dfrac{1601}{324}$. Từ đó suy ra cả bốn giao điểm của (E) và (P) đều nằm trên đường tròn có phương trình trên.

Cần chú ý rằng, Hình 2 minh họa của bài toán cũng có thể giúp chúng ta xác định được các khoảng chứa hoành độ giao điểm một cách dễ dàng hơn. Cách giải ý b) của bài toán được gọi là "phương pháp gián tiếp" vì viết được phương trình đường tròn đi qua bốn điểm mà không tính được cụ thể tọa độ của chúng.

Để rèn luyện cho HS hoàn thiện hơn nữa trong việc giải quyết tốt các bài toán thuộc tình huống thiết kế này, GV có thể yêu cầu các em giải tiếp các bài tập sau (GV có thể phân nhóm để HS thảo luận và tự học).

Bài tập 1. Chứng minh rằng phương trình: $x^5-5x^3+4x-1=0$ có đúng 5 nghiệm phân biệt.

Bài tập 2. Cho hyperbol (H): $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ và parabol (P): $y=x^2+2x-9$. Chứng minh rằng (H) và (P) có bốn giao điểm cùng nằm trên một đường tròn.

Bài tập 3. Chứng minh phương trình: $x^5-x^2-2x-1=0$ (3) có nghiệm duy nhất.

Bài tập 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^4+2x^2-3x+2}{x^2-x+1}$. Chứng minh rằng tồn tại số thực $c\in[0;1]$ sao cho $f(c)=f\left(c+\dfrac{1}{2018}\right)$.

Với Bài tập 1 và Bài tập 2, các em có thể giải quyết được, nhất là khi đã có các bài tập minh họa là Ví dụ 1 và Ví dụ 2. Đối với Bài tập 3, bài toán được giải quyết bởi các điểm mấu chốt là: đưa được về chứng minh hàm số $f(x)=x^5-x^2-2x-1$ đơn điệu trên khoảng $(1;+\infty)$, phát hiện được $f(1)=-3,\ f(2)=23 \Rightarrow f(1).f(2)<0$, đồng thời chứng tỏ được phương trình đã cho không có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1]$.

Còn đối với Bài tập 4, Yêu cầu bài toán được chuyển về: chứng minh phương trình $f\left(x+\frac{1}{2018}\right)-f(x)=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$. Điểm mấu chốt là xét hàm số $g(x)=f\left(x+\frac{1}{2018}\right)-f(x)$ và phát hiện được:

$g(0)+g\left(\frac{1}{2018}\right)+g\left(\frac{2}{2018}\right)+...+g\left(\frac{2017}{2018}\right)=f(1)-f(0)=0$. Từ đó dẫn đến lời giải.

4.2.2. Ứng dụng khác

Trong việc dạy học theo định hướng bồi dưỡng HS giỏi, có một cách tiến hành là xuất phát từ một bài toán trong SGK, GV giúp HS tìm tòi hoặc giải quyết được bài toán mới. Chẳng hạn Ví dụ 3 dưới đây, ý tưởng của bài toán được tác giả xây dựng xuất phát từ bài tập 6b ở [4; tr. 141]: "Chứng minh rằng phương trình $\cos x = x$ có nghiệm."

Ví dụ 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^2-4x\cos x+\cos 2x$.

Với ví dụ này, chúng ta có thể dẫn dắt HS như sau:

+ GV: Các em có nhớ bài toán tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số thông thường được tiến hành như thế nào?

Câu trả lời thực tế có được là: Theo em, việc tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số gồm hai bước là đánh giá hàm số và xét dấu đẳng thức xảy ra.

+ GV: Em có thể viết lại hàm số đã cho để thuận lợi cho việc đánh giá không? Với cách biểu diễn có được, em đã giải được bài toán chưa?

Với HS có năng lực tư duy tốt, các em đã giải quyết được yêu cầu bài toán. Chẳng hạn, một HS giải được như sau:

Ta có:

$y=2x^2-4x\cos x+\cos 2x=2x^2-4x\cos x+2\cos^2 x-1=2(x-\cos x)^2-1\ge -1$ (6).

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x-\cos x=0(*)$.

Xét hàm số $f(x)=x-\cos x$, $f(x)$ liên tục trên R và $f(0).f(\pi)<0$ nên phương trình $f(x)=0$ có nghiệm, hay phương trình (*) có nghiệm, nghĩa là dấu đẳng thức ở (6) xảy ra.

Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số y là -1.

Như vậy, điểm khác biệt trong bài toán này là việc không thể chỉ ra giá trị cụ thể để đẳng thức xảy ra, nhưng việc chứng tỏ được sự tồn tại của nó vẫn đủ cơ sở để đưa ra kết luận của bài toán. Thêm nữa, việc xây dựng bài toán mới trên cơ sở các bài toán SGK hoặc là qui các bài toán có độ khó cao về các bài toán quen thuộc trong SGK là một trong những mục tiêu quan trọng cần đạt được trong bồi dưỡng HS giỏi Toán ở trường phổ thông.

5. Kết luận

Có thể nói SGK là tài liệu quan trọng nhất trong quá trình tổ chức dạy học nói chung và dạy học Toán nói riêng, là phương tiện trong việc bồi dưỡng học sinh giỏi ở trường THPT. Việc rèn luyện cho HS khám phá và chiếm lĩnh kiến thức SGK, biết cách sử dụng và khai thác chúng là yêu cần cấp thiết và nhiệm vụ hàng đầu của người GV. Đối với những HS có năng lực, dạy học Toán trong nhà trường cần trang bị cho các em những tư duy Toán học căn bản, nhất là khả năng phân tích vấn đề, nắm bắt chương trình, SGK. Ở mức cao nhất, mang dáng dấp nghệ thuật, là giúp các em thấy được vẻ đẹp của Toán học, truyền niềm đam mê cho các em. Do đó, trong dạy học nội dung SGK, cần chú ý đến cách thức, lối dẫn dắt để người học chủ động nắm bắt và làm chủ kiến thức, từ đó góp phần bồi dưỡng tư duy, phát triển trí tuệ cho HS nói chung, HS giỏi Toán nói riêng.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Tô Văn Ban , *Giải tích – những bài tập nâng cao,* NXB Giáo dục, Hà Nội, 2005.

[2] Ngô Hữu Dũng, *Sách giáo khoa và việc hình thành nhân cách học sinh*, Nghiên cứu giáo dục, Hà Nội, tháng 10/1996.

[3] Encarta Encyclopedia, *Education of Gifted Students*, 2005.

[4] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên), Vũ Tuấn (Chủ biên), Đào Ngọc Nam, Lê Văn Tiến, Vũ Viết Yên, *Đại số và Giải tích 11*, NXB Giáo dục Việt Nam, Hà Nội, 2006.

[5] Kerensa White, Felicity Fletcher, Campbell, Kate Ridley, *What works for gifted and talented pupils: a review of recent research*, LGA educational research programme, 2003.

[6] Polya G, *Giải bài toán như thế nào?,* NXB Giáo dục, Hà Nội, 1997.

[7] Polya G, *Sáng tạo toán học,* NXB Giáo dục, Hà Nội, 1997.

[8] Đoàn Quỳnh (Tổng Chủ biên), Nguyễn Huy Đoan (Chủ biên), Trần Phương Dung, Nguyễn Xuân Liêm, Đặng Hùng Thắng, *Đại số và Giải tích 11 nâng cao,* NXB Giáo dục, Hà Nội, 2006.

[9] Cao Trung Thạch, *Vận dụng quan điểm thích nghi trí tuệ vào dạy học bộ môn Toán thông qua chủ đề véctơ - tọa độ*, Luận văn thạc sỹ giáo dục học, Trường Đại học Vinh, 2008.

[10] Thomas Armstrong, *Đa trí tuệ trong lớp học,* Người dịch: Lê Quang Long, Hiệu đính: Lê Thị Kim Dung, NXB Giáo dục Việt Nam, Hà Nội, 2011.

[11] Nguyễn Cảnh Toàn, *Tập cho học sinh giỏi Toán làm quen dần với nghiên cứu Toán học*, NXB Giáo dục, Hà Nội, 1992.

[12] Nguyễn Trọng Tuấn, *Bài toán hàm số qua các kỳ thi olympic,* NXB Giáo dục, Hà Nội, 2004.

[13]http://dantri.com.vn/giao-duc-khuyen-hoc/boi-duong-hoc-sinh-gioi-o-mot-so-nuoc-phat-trien-1190709634.htm.

[14] Chương trình môn Toán trong chương trình giáo dục phổ thông của Australia, http://www.acara.edu.au/curriculum/learning-areas-subjects/mathematics.

SUMMARY

TEACHING THE THEOREM 3 OF THE CONTINUOUS FUNCTION SOURCED IN ALGEBRAIC AND ANALYSIS TEXTBOOK OF CURRENT GRADE 11 AIMS TO TRAIN MATHS-TALENTED STUDENTS IN HIGH SCHOOL

Textbooks play an important part in teaching and developing students' learning orientation. Basing on the study of the Theorem 3 cited in Algebraic and Analysis Textbook of current grade 11, our goal is to focus on the importance of teaching implementation in order to faclitate students to comprehend knowledge mentioned in textbooks and to apply such basic knowledge into doing related exercises or topics. By that means, it is expected to improve students not only mathematics understanding but also general intellectual development.